

數學證明

王立中

二〇一九年五月十七日

摘要

「證明的意義。」

「如何將證明之內部構造透明化。」

「假設欲證定理 A：經由內部構造的證明：主體為定理 A。證明利用定理假設所含的所有可用資源且為無求於外來理論的建造。若計算能以同法精益求精，可得任定誤差之解的近似值。」

經由外來構造的證明：主體為外來理論。定理 A 為用來比較外來理論中諸定理之客體。證明使用歸謬證法。定理 A 之否定將導致與外來理論中之定理 B 相矛盾。無法取解之近似值。」

關鍵詞：

1 證明的意義

定理證明意即定理之解釋。解釋愈簡潔、清楚，證明愈佳。證明愈容易懂愈佳。證明所用裝置及工具愈少愈佳。好的證明將使證明之內部構造透明化。即無黑箱作業；在整個證明過程中知道自己在做什麼。

2 如何將證明之內部構造透明化

Blaga [1, §1.14] 證明關於參數化曲線的存在性及唯一性定理。在 Blaga [1, p.68, Definition 1.14.1] 中， \mathcal{A} 被定義為行列式為一的正交矩陣。Blaga [1, p.69, 1.1] 聲明 \mathcal{A} 即轉動，但未能給予證明。欲防止 Blaga [1, §1.14] 變成黑箱作業，Blaga 應在此聲明之前提供 O’neill [2, p.111, Exercise 4] 之解。同理，欲防止 O’neill [2, chap. III；特別是 pp.117–118, Theorem 5.3 之證明] 變成黑箱作業，O’neill 應將 O’neill [2, p.111, Exercise 4] 之解置於緊接 O’neill [2, p.100, 1.13] 之後作為引理。

註. 內稟的證明並不一定意味自然的證明：O’neill [2, p.331, 1.–17–1.–15]。

3 經由內部構造的證明對經由外來構造的證明

假設欲證定理 A：代數基本定理。

經由內部構造的證明 [Uspensky [4, p.293, the fundamental theorem of algebra]]：主體為定理 A。證明利用定理假設所含的所有可用資源且為無求於外來理論的建造。若計算能以同法精益求精，可得任定誤差之解的近似值。

經由外來構造的證明 [van der Waerden [5, vol.1, p.223, the fundamental theorem of algebra]; Rudin [3, p.229, Theorem 10.25]]：主體為外來理論。定理 A 為用來比較外來理論中諸定理之客體。證明使用歸謬證法。定理 A 之否定將導致與外來理論〔複變函數〕中之定理 B [Rudin [3, p.228, Theorem 10.23; p.229, Theorem 10.24]] 相矛盾。無法取解之近似值。

參考文獻

- [1] Blaga, P. A.: *Lectures on the Differential Geometry of Curves and Surfaces*, [http://www.cs.ubbcluj.ro/~pablaga/geometrie%20III/Blaga%20P.-Lectures%20on%20the%20differential%20geometry%20of%20curves%20and%20surfaces%20\(2005\).pdf](http://www.cs.ubbcluj.ro/~pablaga/geometrie%20III/Blaga%20P.-Lectures%20on%20the%20differential%20geometry%20of%20curves%20and%20surfaces%20(2005).pdf), 2005.
- [2] O'Neill, B.: *Elementary Differential Geometry*, New York: Academic Press, 1966.
- [3] Rudin, W.: *Real and Complex Analysis*, 2nd ed., New York: McGraw-Hill, 1974.
- [4] Uspensky, J. V.: *Theory of Equations*, New York: McGraw-Hill, 1948.
- [5] van der Waerden, B. L.: *Modern Algebra*, 2 vols, Translated from the German by F. Blum, New York: Ungar, 1949.
- [6] Wang, L. C.: <http://www.lcwangpress.com/physics/proof.html>

Mr. Li-Chung Wang is the author of the following website about the philosophy of mechanics:
<http://www.lcwangpress.com/physics/main.html>.

通訊處：桃園縣中壢市普義里18鄰溪洲街267巷21號7樓, Taiwan, ROC.

E-mail:lcwangpress@yahoo.com